A szinusztétel

Tétel: *Bármely háromszögben az oldalak aránya megegyezik a velük szemközti szögek szinuszának arányával.*

Bizonyítás:

A háromszögek területe meghatározható bármelyik két oldalának és a közbezárt szögének ismeretében, függetlenül attól, hogy az hegyes vagy tompa, esetleg derékszög:

$$t = \frac{a \cdot b \cdot \sin\gamma}{2} = \frac{b \cdot c \cdot \sin\alpha}{2} = \frac{a \cdot c \cdot \sin\beta}{2}$$

Ebből következik, hogy:

$$\frac{a \cdot b \cdot \sin\gamma}{2} = \frac{b \cdot c \cdot \sin\alpha}{2} = \frac{a \cdot c \cdot \sin\beta}{2}$$

Ezt az egyenletet 2-vel megszorozva kapjuk:

$$a \cdot b \cdot \sin\gamma = b \cdot c \cdot \sin\alpha = a \cdot c \cdot \sin\beta$$

$$a \cdot {\color{red}b} \cdot \sin\gamma = {\color{red}b} \cdot {\color{green}c} \cdot \sin\alpha = a \cdot {\color{green}c} \cdot \sin\beta$$

Az első két tagot $b - vel$ egyszerűsíthetjük, a második két tagot pedig $c - vel$:

$$a \cdot \sin\gamma = c \cdot \sin\alpha \text{ és } b \cdot \sin\alpha = a \cdot \sin\beta$$

Amiből:

$$\frac{a}{c} = \frac{\sin\alpha}{\sin\gamma} \text{ és } \frac{b}{a} = \frac{\sin\beta}{\sin\alpha}$$

A kapott összefüggéseket egy kifejezésbe írva kapjuk a szinusz tételt:

$$a : b : c = sin\alpha : sin\beta : sin\gamma$$

Szavakkal megfogalmazva:

Bármely háromszögben az oldalak aránya megegyezik a velük szemközti szögek szinuszának arányával.

Ezzel a bizonyítás kész.